UNIVERSITATEA BABEŞ-BOLYAI
TRADIȚIE ȘI EXCELENȚĂ

UBBFSEGA
Universitatea Babeş-Bolyai | Facultatea de Ştiinţe Economice şi Gestiunea Afacerilor
FSEGA CLUJ-NAPOCA

Facultatea de Ştiinţe Economice şi Gestiunea Afacerilor
Str. Teodor Mihali nr. 58-60
Cluj-Napoca, RO-400951
Tel.: 0264-41.86.52-5
Fax: 0264-41.25.70
econ@econ.ubbcluj.ro
www.econ.ubbcluj.ro

Varianta 1

Concursul Oeconomicus Napocensis

23 Mai 2015

Secţiunea III

Disciplină aferentă: Matematică pentru elevii din clasa a XII-a

Subiectul 1. (20p) Sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^4}{x^2+1}$.

a) (5p) Berechne $\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-x^2\right)$;

b) (5p) Studiere die Monotonie der Funktion *f* auf den Definitionsbereich;

c) (10p) Studiere die Existenz der Asymptoten für die Funktion *f*.

Subiectul 2. (20p)

a) (5p) In einem kartesischen Koordinatensystem *xOy* betrachtet man die Funktion *d* mit Gleichung $y=mx+n,\ m,n\in\mathbb{R}$. Bestimme *m* und *n*, so dass die Gerade *d* den Punkt *A*(0,1) enthält und senkrecht (perpendicular) auf der Gerade d_1: $y=x+2$ ist.

b) (5p) Der Preis eines Produkts ist zweimal nacheinander gestiegen, jedes Mal mit 25%. So kostet es jetzt 3125 lei. Welcher war der ursprüngliche Preis des Produkts?

c) (10p) Anna hat 3 Briefe für 3 Freundinnen geschrieben. Sie hat jeden Brief in einem Umschlag gesteckt und eilig alle drei Umschläge geklebt. Nur dann hat sie beobachtet, dass sie die Adressen noch nicht geschrieben hatte. Wenn sie die Adressen auf den schon geklebten Umschlägen zufällig schriebt, dann welche Chancen gibt es, dass nur eine der drei Freundinnen den richtigen Brief kriegt?

Subiectul 3. (25p) In der Menge $M_2(\mathbb{R})$ betrachtet man die Matrizen $A=\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}$ und $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, und die Teilmenge $G=\left\{X(a)\,\middle|\,a\in\mathbb{R}\ \text{şi}\ X(a)=I_2+aA\right\}$.

a) (5p) Beweise, dass: $A^2=3A$;

b) (10p) Beweise, dass: $X(a)X(b)=X(a+b+3ab)$;

c) (5p) Beweise, dass: $\left[X\left(-\dfrac{1}{3}\right)\right]^{2015}=X\left(-\dfrac{1}{3}\right),\ \forall a\in\mathbb{R}$;

d) (5p) Berechne: $X\left(-\dfrac{2015}{3}\right)\cdot X\left(-\dfrac{2014}{3}\right)\cdot\ldots\cdot X(0)\cdot X\left(\dfrac{1}{3}\right)\cdot\ldots\cdot X\left(\dfrac{2015}{3}\right)$.

Subiectul 4. (25p) Sei $I_n=\displaystyle\int_0^1\frac{x^n}{x+2}\,dx,\ n\in N$.

a) (15p) Berechne I_0, I_1 und I_3;

b) (5p) Beweise, dass: $I_{n+1}+2I_n=\dfrac{1}{n+1},\ \forall n\in N$

c) (5p) Beweise, dass: $\dfrac{1}{3(n+1)}\le I_n\le\dfrac{1}{2(n+1)},\ \forall n\ge 1$.

Din oficiu: 10p